

والأهمية

14 / 15 / 2018 / الاثنين

الحاضرة العاشرة - ١٠٤

اختبار فرضية الفرضية

علماً بأنه معلوم في بعض الحالات بحيث عند بناء فقرة القبول والرفض إذا كانت لدينا تخميناً الفرضية H_0 ونوزع التوزيع وفقاً لهذه الفرضية H_0 ولنا n ملاحظة عشوائية X_1, \dots, X_n مجموع n عشوائي: اختبار الفرضية وهو

$$H_0: \theta = \theta_0$$

$$H_1: \theta < \theta_0, H_1: \theta > \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$$

علماً أنه معلوم

في H_0 معلوم ومن أجل ذلك سوف نبحث أولاً عن دالة اختبار (دالة الاختبار هي كمية تسمى الوسيط) ونوزع الاختباري معلوم (والآليات الباقية في H_0 معلوم) ضد الكمية التي نريد اختبارها على أساس دالة الاختبار

معاً ثم نوجد دالة الاختبار تحت الفرضية H_0 عشوائي:

إذا وقعت فقرة دالة الاختبار في منطقة لرفض \Rightarrow

مترقق H_0 ونقبل H_1

أما إذا وقعت فقرة دالة الاختبار في منطقة القبول \Rightarrow

نقبل H_0 ، \Rightarrow لم يثبت الفرضية H_0 ونرفض H_1

وذلك على مستوى أهمية α

اختبار فرضية الفرضية منطقة قبول المجتمع الفرضية الطبيعي علماً أنه معلوم

نرمز لها لتباين المجتمع $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

ولنا n ملاحظة عشوائية X_1, \dots, X_n في الوسط μ الذي لم نعلمه \Rightarrow اختبار μ

عشوائي لتخمين الفرضية $H_0: \mu = \mu_0$

مقابل $H_1: \mu \neq \mu_0$

حيث α معلوم

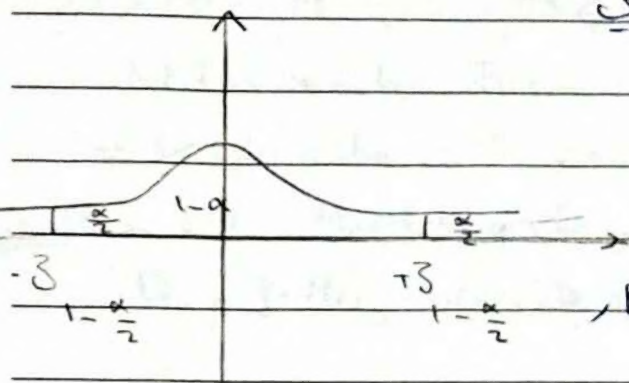
من أجل ذلك سوف نستخدم دالة الاختبار، وهي:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

وهنا نستخدم دالة الاختبار

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

من الواضح أن ما ينبغي دالة الاختبار، عند شكل حرجي
كون Z - تقع للليم في المصاري



عندئذ إذا وقعت حافة دالة الاختبار

خارج المنطقة المقبول H_0

أي أنه منطقة قبول H_0

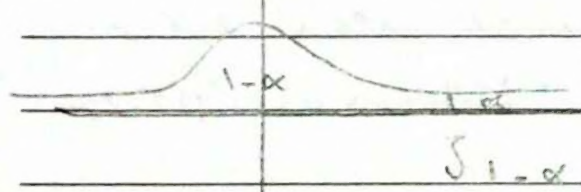
أي أنه منطقة القبول H_0 $z_0 \leq z_{1-\alpha/2}$ أو $z_0 \geq z_{1-\alpha/2}$

منطقة لرفض H_0 هي $z_0 < z_{1-\alpha/2}$ أو $z_0 > z_{1-\alpha/2}$

• أما إذا كانت الفرضية البديلة ذات جانب أعين عندئذ:

$H_1: \mu > \mu_0$

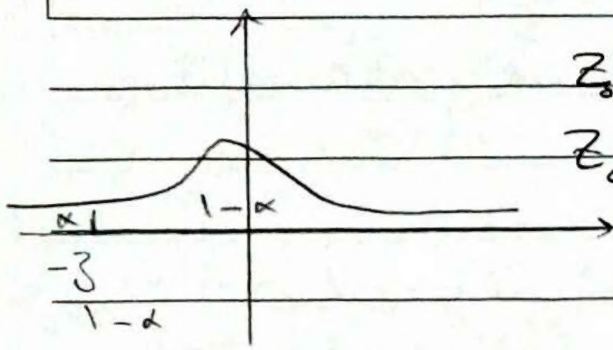
منطقة القبول H_0 هي $z_0 \leq z_{1-\alpha}$



منطقة الرفض H_0 هي $z_0 > z_{1-\alpha}$

• أما إذا كانت الفرضية البديلة ذات جانب أسير عندئذ:

$H_1: \mu < \mu_0$



منطقة القبول H_0 هي $Z_0 \geq -Z_{1-\alpha}$
 منطقة الرفض H_0 هي $Z_0 < -Z_{1-\alpha}$

تمرين 1

ادعاءات أن وزن دلاء عذراء من نوع معين لها التوزيع الطبيعي
 باحرف 5 غرام ولذا معادلة عينه كوي 16 قلقة $n=16$
 $\sigma^2 = 25$ $\sigma = 5$

تبين أن متوسط وزن غرام $\bar{X} = 244$ وسين أن
 $H_0: \mu = 250$, $H_1: \mu \neq 250$
 $\alpha = 0.05$ علما أن $Z_{0.975} = 1.96$
 $Z_{0.025} = 1.96$

الحل

من الواضح أنه الجمع المتروك طبيعي لتوزيع القفص يرفع
 للتوزيع الطبيعي باحرف معياري $\sigma = 5$ حيث

$$X \sim N(\mu, 25) , n=16 , \bar{X} = 244$$

عشيرة لاهبار H_0 مقابل H_1 تحت عن دالة الهبار $\alpha = 0.05$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{244 - 250}{5/4} = -4.8$$

وعما أنه الفرعية البلية ذات ما بين عين منطقة قبول H_0 هي

$$-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} < Z_0 < Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$-Z_{0.975} < Z_0 < Z_{0.975}$$

$$-1.96 < Z_0 < 1.96$$

أي

$$Z_0 > 1.96$$

وبالتالي منطقة رفض H_0 هي

$$Z_0 < -1.96$$

وبمقارنته Z_0 مع مناطق القبول والرفض نجد أن Z_0 تقع في منطقة الرفض أي أننا نرفض H_0 ونقبل الفرضية البديلة وهو المطلوب

مثال 1

من خلال دراسة إحصائية تبين أن وزن الطفل عند ولادته يقع للتوزيع الطبيعي المتوسط $\mu = 3.2$ كجم، والخطأ المعياري $\sigma = 0.6$ كجم. وبعد ذلك أخذت عينة مكونة من 16 طفل أمم تم وزنهم فضعف لنظام غذائي جديد حيث $\bar{X} = 3.5$ عندئذ السؤال هل النظام الغذائي الجديد ساهم في زيادة وزن الطفل أم لا. ولتكن دالة $\alpha = 0.025$ علماً بأن

$$Z_{0.975} = 1.96$$

الحل

نسب المجتمع الطبيعي $X \sim N(\mu, 3.6)$

$$n = 16, \bar{X} = 3.5$$

عندئذ لا اختيار فرضية H_0

$$H_0: \mu = 3.2$$

مقابل

$$H_1: \mu > 3.2$$

$$\alpha = 0.025$$

$$Z_{0.975} = 1.96$$

دالة الاختبار هي

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \Rightarrow Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{3,5 - 3,2}{(0,6) / 4} = 2$$

معادلة الفرضية لبلدية دالة هيا بنا نحن نكتب منطقة قبول H_0 هي ان شرط القبول هو $1,96 \leq Z_0 \leq 3$ $\Rightarrow Z_0 \leq 3$ $\Rightarrow Z_0 \leq 3_{1-\alpha}$

منطقة الرفض $Z_0 > 3_{1-\alpha} \Rightarrow Z_0 > 1,96$

معياره Z_0 مع سالفة القول والرفض كجانبه Z_0 تقع في منطقة الرفض وبالتالي نرفض H_0 ونقبل H_1 وهذا يعني اننا انقضى العزائم الحبيد سالم في تسيار وزيه الطفل.

مثال 3

اذا كان متوسط المدة اللازمة لاجراء عملية جراحية صريحا لمدى واحد هو 5 دقائق $(\mu = 5)$

ونفرض اننا افترض دواء جديد ومهم ببيع 64 مريض $n = 64$ فكان متوسط المدة اللازمة لاجراء العملية الجراحية دقيقة $\bar{X} = 4,7$ باحزاف معياري قدره دقيقة $\sigma = 0,5$ لهذا الدواء الحبيد المبتعج افضل من القديم على مستوى اهمية $\alpha = 0,05$

$$Z_{0,99} = 2,33$$

المعاد

كلية علم الية $n = 64$ $\alpha = 0,05$ في التوزيع كيمي

من الراضع اننا $H_0 = \mu = 5$

مقابل

$$H_1: \mu < 5, \alpha = 0,05, Z_{0,99} = 2,33$$

لنا خيار هدم الفرضية سوف نكتب عن دالة الهماردي

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{4.7 - 5}{1.2 / 8} = -2$$

وعلاوةً على الفرضية البديلة ذلك جانباً ليس عندنا منقلبه قبول

$$H_0: Z_0 > -z_{1-\alpha} \quad H_1: Z_0 < -z_{1-\alpha}$$

$$Z_0 > -z_{0.99} = -2.33$$

ومطابقة النتيجة لـ H_0 هي $Z_0 < -2.33$

ومقارنة منطقة القبول والرفض بحالة H_0 تقضي

منطقة القبول كون $Z_0 < -2.33$

أي نقبل H_1 ونرفض H_0 أيما الداء الكبير ليسا فليس الداء القدر

والتي هي

بين أن نسبة خطأ $n = 100$ أنه متوسط المركبات

8 و 7 بأحرف معيارية 8 و 9 له نسبة

عندئذ هذا ليس على أنه متوسط المركبات أكبر من 70 نسبة

مؤلف على مستوى أهمية $\alpha = 0.05$ على أن $\alpha = 0.05$ $Z_{0.95}$

هل

$$H_0: \mu = 70$$

أي لا فلو كان هذا الفرضية

$$H_1: \mu > 70$$

* اختيار متوزع طبيعي ذي معيار σ^2 مجهول
 يفرض لدينا مجتمع احتمالي طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$
 حيث μ مجهول و σ^2 معروفة ولنا عينة عشوائية
 وسنذكر الحاصل \bar{X} و انحراف المعياري s ونباتع t
 عند اختبار الفرضية
 $H_0: \mu = \mu_0$ و $H_1: \mu \neq \mu_0$ مقابل
 الفرضية البديلة

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu > \mu_0$$

$$H_1: \mu < \mu_0$$

دلالة على مستوى أهمية α معلوم
 من اجل ذلك سوف نبني دالة اختبار لهذه الدالة هي

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

دعنا نعرف دالة الاختبار

$$T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

اذا كانت الفرضية البديلة ذات جانبين

$$-t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) < T_0 < t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \text{ هي } H_0$$

$$T_0 < -t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \text{ أو } T_0 > t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \text{ هي } H_1$$

اما اذا كانت الفرضية البديلة ذات جانب واحد

$$T_0 < t_{1-\alpha}(n-1) \text{ هي } H_0$$

$$T_0 > t_{1-\alpha}(n-1) \text{ هي } H_1$$

اما اذا كانت الفرضية البديلة ذات جانب آخر

$$T_0 > -t_{1-\alpha}(n-1) \text{ هي } H_0$$

$$T_0 < -t_{1-\alpha}(n-1) \text{ هي } H_1$$

مثال

تدعى شركة لانتاج البطاريات التي تقدم من الادوية الجديدة
 ان عمر البطارية من ايام له التوزيع

من انتاج هذه الشركة توي 6 بطاريات

التي عينة شوية حجم $n=6$ مآشاهم الهم الى اوان كماله

3, 5, 4, 9, 0, 9, 2, 9, 1, 9, 3, 8

هل نستطيع ان الشركة بتال في ادعاء ان المتوسط عمر البطاريات

هو التي نتج عن مستوى أهمية $\alpha=0,05$ علما ان

$$t_{0,99}(5) = 3,365$$

الحل

من الواضح انه ليسا جميع الهمالي في عينة $\mu=3$ فلهذا

عندنا المصطلح الاختبار الفرضية

$$H_0: \mu = 3$$

$$H_1: \mu < 3$$

ومن اجل ذلك سوف نستخدم الاختبار

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{(n-1)} \quad \underline{6-1=5}$$

$$T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \frac{2,833 - 3}{1,233/\sqrt{6}} = -0,337$$

$$\bar{X} = 2,833, \quad S = 1,213$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})^2$$

وعنا الفرضية لنبلة ذات جانب اليسار

$$T_0 \geq -t_{1-\alpha}(n-1) \quad \leftarrow \text{عندنا منلقه قبول } H_0$$

$$T_0 > -t_{0,99}(5) = -3,365$$

نرفض الفرضية

$$Z_0 = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

عندئذ منطقة قبول H_0 هي

$$-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} < Z_0 \leq Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

ومنطقة الرفض H_0 هي

$$Z_0 < -Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \text{ أو } Z_0 > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

إذا عُدنا تكون الفرضية البديلة H_1 ما يلي:
 عندئذ منطقة القبول هي $Z_0 \leq Z_{1-\alpha}$
 ومنطقة الرفض هي $Z_0 > Z_{1-\alpha}$

إذا عُدنا تكون الفرضية البديلة H_1 ما يلي:
 منطقة القبول H_1 هي $Z_0 > -Z_{1-\alpha}$
 ومنطقة الرفض H_1 هي $Z_0 < -Z_{1-\alpha}$

مثال:

تدعى شركة لصناعة الأدوية "أ" بإنتاج دواء لعلاج مرض معين
 تحت استجابة علاجية قصيرة 80% من الأشخاص
 ولا هناك شك في هذا الادعاء، ولكن في وقت من 150
 من المرحلة التجريبية عليهم هذا الدواء، فوجدوا 10 أشخاص
 من المرحلة استجابوا للعلاج، فوجدوا 10 أشخاص
 هذه النتائج تدفعهم لاعتقاد الشركة في قبول الفرضية

أمره $\alpha = 0.01$ أي $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2.58$
 $Z_{0.995} = 2.58$

$$H_0: p = 0,80$$

$$H_1: p \neq 0,80$$

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}} \sim N(0,1)$$

$$Z_0 = \frac{0,73 - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{150}}} = \frac{0,73 - 0,80}{\sqrt{\frac{0,80(0,20)}{150}}} = -2,04$$

معادلة الفرضية البديلة p يائين

$$-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} < Z_0 \leq Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2,58 \text{ في } H_0$$

$$-2,58 < Z_0 \leq Z_{0,995} = 2,58$$

أي منطقة الرفض H_0 هي

$$Z_0 < -Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \text{ أو } Z_0 > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$Z_0 < -2,58 \text{ أو } Z_0 > 2,58$$

وبما أن الفرضية البديلة p العتول والرفض مع Z_0 فبما

Z_0 تقع في منطقة القبول = قبل الفرضية H_0 ونزلة الفرضية H_1

أي الفرضية H_1 هي